УДК 539.3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРУГИХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПЛОТИНЕ КОЙНА С ОСНОВАНИЕМ С ПОМОЩЬЮ ВОЛНОВОЙ ТЕОРИИ СЕЙСМИЧЕСКОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

Мусаев В.К.

МЭСИ, Москва, e-mail: musayev-vk@yandex.ru

Рассматриваются некоторые вопросы численного моделирования сейсмической безопасности бетонной плотины Койна с грунтовым основанием при волновых воздействиях. Основание моделируется в виде полуплоскости. Для решения поставленной задачи применяется волновая теория сейсмической безопасности. Сейсмическое воздействие моделируется в виде функции Хевисайда. С помощью метода конечных элементов в перемещениях, линейную задачу с начальными и граничными условиями привели к линейной задаче Коши. Получена явная двухслойная конечноэлементная схема. Максимальное растягивающее напряжение возникает в верхней части задней области контура плотины. Упругое контурное напряжение на гранях плотины является почти зеркальным отражением одна другой, то есть антисимметричным. Выполненные исследования динамического напряженного состояния показали характер разрушений, наблюдаемых в плотине Койна после землетрясения.

Ключевые слова: математическое моделирование, контурное напряжение, бетонная плотина Койна, упругая полуплоскость, волновая теория сейсмической безопасности, землетрясение, динамическая теория упругости, задача Коши, перемещение, скорость перемещений, ускорение, сейсмическое воздействие, функция Хевисайда, метод конечных элементов, комплекс программ, узловые точки, явная двухслойная конечноэлементная схема, характер разрушений

DETERMINATION OF ELASTIC STRESSES IN THE DAM KOYNA BASE USING THE WAVE THEORY OF SEISMIC SAFETY

Musayev V.K.

MESI, Moscow, e-mail: musayev-vk@yandex.ru

Covers some aspects of numerical simulation of the seismic safety of concrete dams Koyna ground base at wave impacts. The Foundation is modeled as a half-plane. To solve this problem is applied wave theory of seismic safety. The seismic excitation is modeled as a function of Heaviside. Using the finite element method in displacements, a linear problem with initial and boundary conditions has led to the linear Cauchy problem. Received explicit two-layer finite-element scheme. The maximum tensile stress occurs in the upper part of the posterior contour of the dam. Elastic loop voltage on the faces of the dam is almost a mirror reflection of one another, that is antisymmetric. Performed the analysis of the dynamic stress state showed the nature of the destruction observed in the dam Koyna after the earthquake.

Key words: mathematical modeling, dual voltage, concrete dam Koyna, elastic half-plane, the wave theory of seismic safety, earthquake, dynamic elasticity theory, the Cauchy problem, the displacement, velocity, displacement, acceleration, seismic impact, the Heaviside function, finite element method, complex programs, anchor point, an explicit two-layer finite element scheme, the pattern of destruction

Постановка задачи при нестационарных волновых сейсмических воздействиях

Рассмотрим некоторое тело Г в прямоугольной декартовой системе координат XOY, которому в начальный момент времени t = 0 сообщается механическое нестационарное импульсное воздействие.

Предположим, что тело Г изготовлено из однородного изотропного материала, подчиняющегося упругому закону Гука при малых упругих деформациях.

Точные уравнения двумерной (плоское напряженное состояние) динамической теории упругости имеют вид

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial X}+\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial Y}=\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2},\ \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial X}+\frac{\partial\sigma_y}{\partial Y}=\rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2},\ (x,y)\in\Gamma,$$

$$\sigma_x=\rho C_p^2\varepsilon_x+\rho(C_p^2-2C_s^2)\varepsilon_y,\quad \sigma_y=\rho C_p^2\varepsilon_y+\rho(C_p^2-2C_s^2)\varepsilon_x, \tag{1}$$

$$\tau_{xy}=\rho C_s^2\gamma_{xy},\ \varepsilon_x=\frac{\partial u}{\partial X},\ \varepsilon_y=\frac{\partial v}{\partial Y},\ \gamma_{xy}=\frac{\partial u}{\partial Y}+\frac{\partial v}{\partial X},\quad (x,y)\in(\Gamma\cup S)$$

где σ_x, σ_y, τ_{xy} – компоненты тензора упругих напряжений; ε_x, ε_y и γ_{xy} – компоненты тензора упругих деформаций; u и v – составляющие вектора упругих перемещений вдоль осей OX и OY соответственно; ρ – плотность материала; $C_p=\sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}}$ – скорость продольной

упругой волны; $C_s = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}$ – скорость поперечной упругой волны; ν – коэффициент Пуассона; E – модуль упругости; $S\ (S_1 \cup S_2)$ – граничный контур тела Г.

Систему (1) в области, занимаемой телом Г, следует интегрировать при начальных и граничных условиях.

Разработка методики и алгоритма

Для решения двумерной плоской динамической задачи теории упругости с начальными и граничными условиями (1) используем метод конечных элементов. В работах [2, 4] приведена информация о постановке волновых задах теории упругости. Задача решается методом сквозного счета, без выделения разрывов.

Основные соотношения метода конечных элементов получены с помощью принципа возможных перемещений.

Чтобы выполнить динамический расчет методом конечных элементов, нужно иметь матрицу жесткости и матрицу инерции конечного элемента.

Принимая во внимание определение матрицы жесткости, вектора инерции и вектора внешних сил для тела Г, записываем приближенное значение уравнения движения в теории упругости

$$\overline{H}\ddot{\vec{\Phi}} + \overline{K}\vec{\Phi} = \vec{R}, \quad \vec{\Phi}\big|_{t=0} = \vec{\Phi}_0, \quad \dot{\vec{\Phi}}\big|_{t=0} = \dot{\vec{\Phi}}_0, \qquad (2)$$

где $\overline{H}$ – диагональная матрица инерции; $\overline{K}$ – матрица жесткости; $\vec{\Phi}$ – вектор узловых упругих перемещений; $\dot{\vec{\Phi}}$ – вектор узловых упругих скоростей перемещений; $\ddot{\vec{\Phi}}$ – вектор узловых упругих ускорений; $\vec{R}$ – вектор внешних узловых упругих сил.

Соотношение (2) система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка в перемещениях с начальными условиями.

Таким образом, с помощью метода конечных элементов в перемещениях, линейную задачу с начальными и граничными условиями (1) привели к линейной задаче Коши (2).

Для интегрирования уравнения (2) конечноэлементным вариантом метода Галеркина приведем его к следующему виду

$$\overline{H}\frac{d}{dt}\dot{\vec{\Phi}} + \overline{K}\vec{\Phi} = \vec{R}, \quad \frac{d}{dt}\vec{\Phi} = \dot{\vec{\Phi}}. \qquad (3)$$

Интегрируя по временной координате соотношение (3) с помощью конечноэлементного варианта метода Галеркина, получим двумерную явную двухслойную конечноэлементную линейную схему

$$\dot{\vec{\Phi}}_{i+1} = \dot{\vec{\Phi}}_i + \Delta t\overline{H}^{-1}(-\overline{K}\vec{\Phi}_i + \vec{R}_i), \quad \vec{\Phi}_{i+1} = \vec{\Phi}_i + \Delta t\dot{\vec{\Phi}}_{i+1} \qquad (4)$$

Основные соотношения метода конечных элементов в перемещениях получены с помощью принципа возможных перемещений и конечноэлементного варианта метода Галеркина.

Общая теория численных уравнений математической физики требует для этого наложение определенных условий на отношение шагов по временной координате Δt и по пространственным координатам, а именно

$$\Delta t = k\frac{\min \Delta l_i}{C_p}\ (i = 1,\ 2,\ 3,...),\ (i = 1,\ 2,\ 3,...), \qquad (5)$$

где Δl – длина стороны конечного элемента.

Устойчивость двумерной явной двухслойной конечноэлементной линейной схемы в перемещениях исследуем с помощью численного эксперимента. Результаты численного эксперимента показали, что при k = 0,5 обеспечивается устойчивость двумерной явной двухслойной конечноэлементной линейной схемы.

Достоверность рассматриваемого численного метода приведена в следующих работах [2, 6, 8-10].

Определение нестационарных волновых напряжений в плотине Койна

Рассматривается задача о воздействии плоской продольной упругой волны на плотину Койна с основанием (рис. 1). В работах [1, 3, 5, 7] приведена информация о численном моделировании нестационарных волн напряжений в плотинах. Начальные условия приняты нулевыми.

В сечении на расстоянии 1,5H (рис. 1) (H = 103 м) при 0≤n≤25 (n = t/Δt) скорости упругих перемещений $\dot{u}$ и $\dot{v}$ изменяются линейно от 0 до $\dot{u} = P\sin\alpha$ и $\dot{v} = P\cos\alpha$, а при n > 25 $\dot{u} = P\sin\alpha$ и $\dot{v} = P\cos$ $(P = \sigma_0/(\rho C_p)$, (σ_0 = 0,1 МПа (1 кгс/см^2)).

Контур плотины IJKABCDEF (кроме точки E) предполагается свободным от нагрузок при t > 0. Граничные условия для контура FGHI при t > 0 $u = v = \dot{u} = \dot{v} = 0$. Отраженные волны от контура FGHI не доходят до исследуемых точек при 0 ≤ n ≤ 900.

Исследуемая расчетная область имеет 522 узловые точки. Расчеты проведены при следующих исходных данных: H = 103 м; Δ t = 0,104·10-2 с; E = 0,36·104 МПа (0,36·105 кгс/см2); ν = 0,36; ρ = 0,122·104 кг/м3 (0,122·10-5 кгс с2/см4); C_ρ = 1841 м/с.

На рис. 2-7 показано изменение контурных напряжений $\overline{\sigma}_k$ в плотине Койна в точках 1-6 во времени t/Δt.

На рис. 8 показано изменение контурных напряжений в точках 3 и 6 на контуре плотины Койна во времени t/Δt.

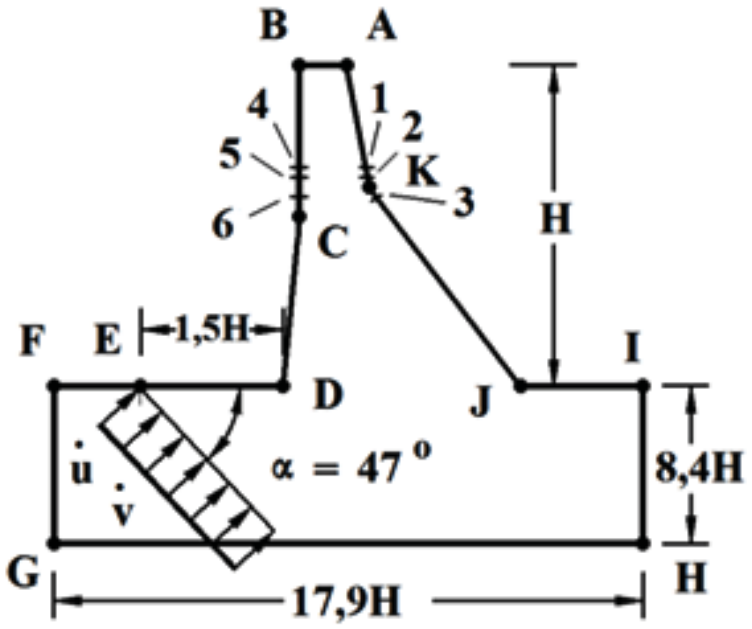

Рис. 1. Постановка задачи для системы сооружение-основание (плотина Койна)

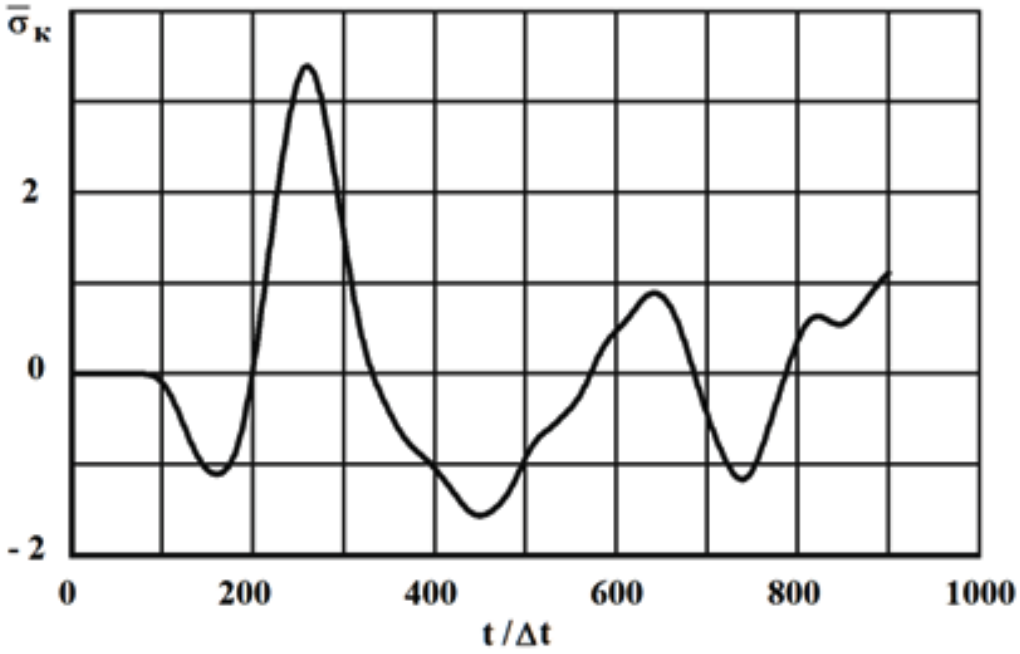

Рис. 2. Изменение упругого контурного напряжения $\overline{\sigma}_k$ в точке 1 на контуре плотины Койна во времени t/Δt

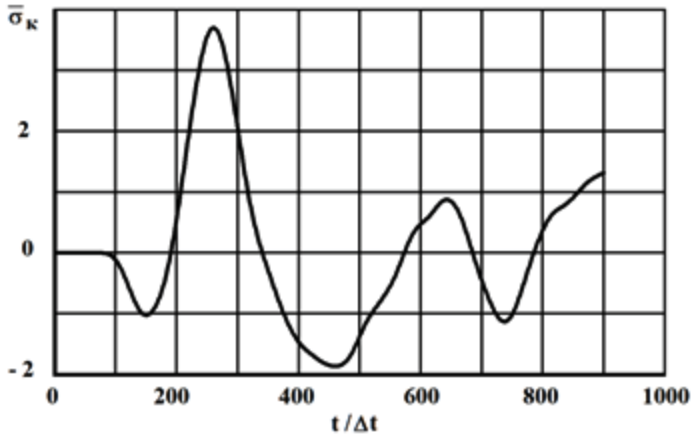

Рис. 3. Изменение упругого контурного напряжения $\overline{\sigma}_k$ в точке 2 на контуре плотины Койна во времени t/Δt

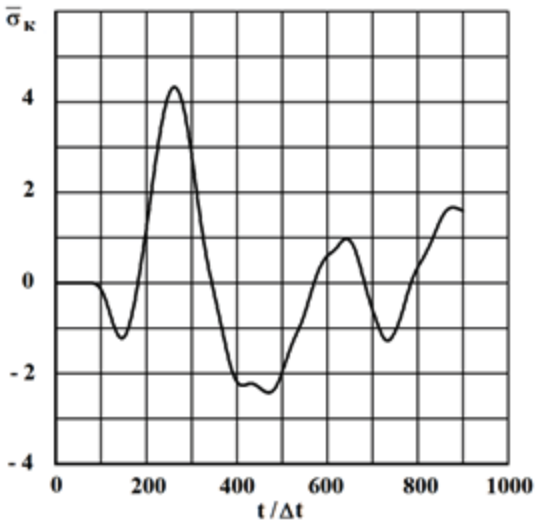

Рис. 4. Изменение упругого контурного напряжения $\overline{\sigma}_k$ в точке 3 на контуре плотины Койна во времени t/Δt

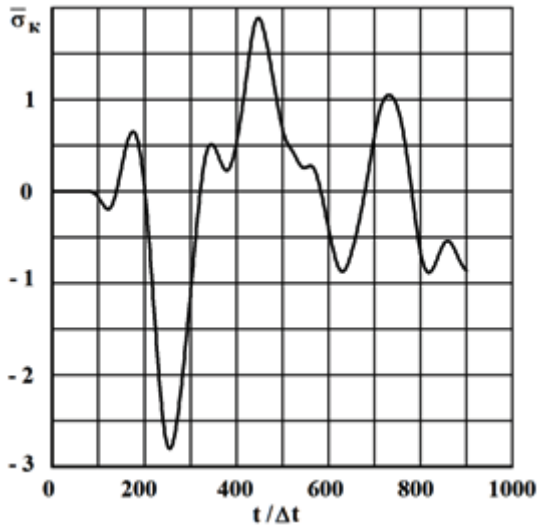

Рис. 5. Изменение упругого контурного напряжения $\overline{\sigma}_k$ в точке 4 на контуре плотины Койна во времени t/Δt

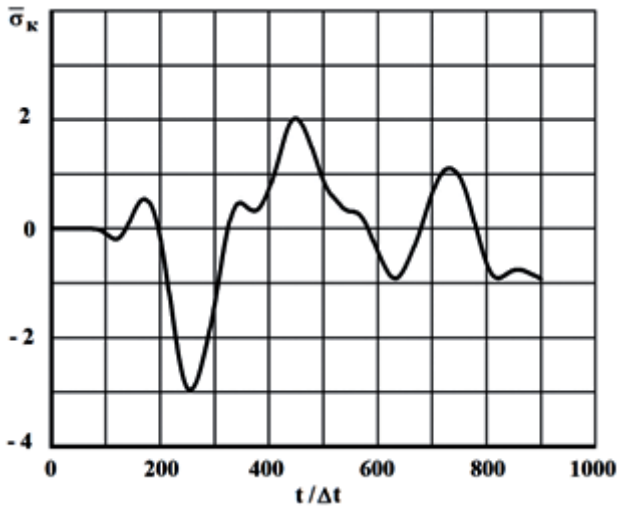

Рис. 6. Изменение упругого контурного напряжения $\overline{\sigma}_k$ в точке 5 на контуре плотины Койна во времени t/Δt

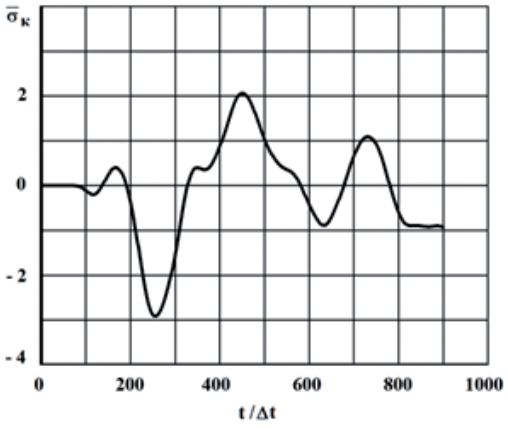

Рис. 7. Изменение упругого контурного напряжения $\overline{\sigma}_k$ в точке 6 на контуре плотины Койна во времени t/Δt

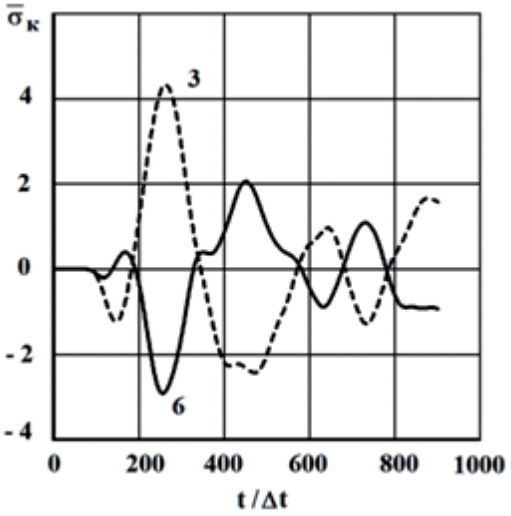

Рис. 8. Изменение упругого контурного напряжения $\overline{\sigma}_k$ в точках 3 и 6 на контуре плотины Койна во времени t/Δt

Выводы

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы:

1. Максимальное растягивающее напряжение возникает в верхней части задней области контура плотины.

2. Упругое контурное напряжение на гранях плотины является почти зеркальным отражением одна другой, то есть антисимметричным.

3. Выполненное исследование показало, что результаты численных исследований соответствуют характеру разрушений, наблюдаемых в плотине Койна после землетрясения.

Список литературы

1. Мусаев В.К. Воздействие нестационарной упругой волны на плотину Койна // Строительство и архитектура. 1990. № 6. С. 70-72.

2. Мусаев В.К. Численное решение волновых задач теории упругости и пластичности // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия прикладная математика и информатика. 1997. № 1. С. 87-110.

3. Мусаев В.К. Моделирование безопасности плотин с основанием при сейсмических воздействиях // Проблемы безопасности при чрезвычайных ситуациях. 2000. Вып. 4. С. 112-117.

4. Мусаев В.К. Определение качества сооружений в детерминированной постановке с помощью математического мониторинга // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. 2005. № 1. С. 42-47.

5. Мусаев В.К. О сейсмической безопасности бетонной плотины Койна с грунтовым основанием при волновых воздействиях // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. 2005. № 2. С. 6-12.

6. Мусаев В.К. Оценка достоверности и точности результатов вычислительного эксперимента при решении задач нестационарной волновой теории упругости // Научный журнал проблем комплексной безопасности. 2009. № 1. С. 55–80.

7. Мусаев В.К. О моделировании безопасности системы плотина-основание (плотина Койна) по несущей способности при волновых сейсмических воздействиях // Вестник НИЦ строительство. Исследования по теории сооружений. 2011. № 3–4. С. 112-119.

8. Мусаев В.К. Математическое моделирование интерференции нестационарных упругих волн напряжений в виде треугольного импульса от свободной поверхности пластинки / В.К. Мусаев, С.В. Ситник, А.А. Тарасенко, В.Г. Ситник, М.В. Зюбина // Современные проблемы науки и образования. 2014. № 4; URL: www.science-education.ru/118-14118 (дата обращения: 21.09.2014).

9. Мусаев В.К. Математическое моделирование отражения нестационарных упругих волн напряжений в виде треугольного импульса от свободной поверхности пластинки / В.К. Мусаев, С.В. Ситник, А.А. Тарасенко, В.Г. Ситник, М.В. Зюбина // Фундаментальные исследования. 2014. № 9 (часть 7). С. 1466-1470; URL: www.rae.ru /fs/ ?section=content&op= show_article&article_id=10004353 (дата обращения: 21.09.2014).

10. Мусаев В.К. О достоверности компьютерного моделирования нестационарных упругих волн напряжений в деформируемых телах сложной формы // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2014. № 11. С. 10-14.