тяжелые плиты вручную поднимались по «подкатным» путям, обеспечивающим траектории центров тяжести плит с небольшими углами наклона к горизонтали.

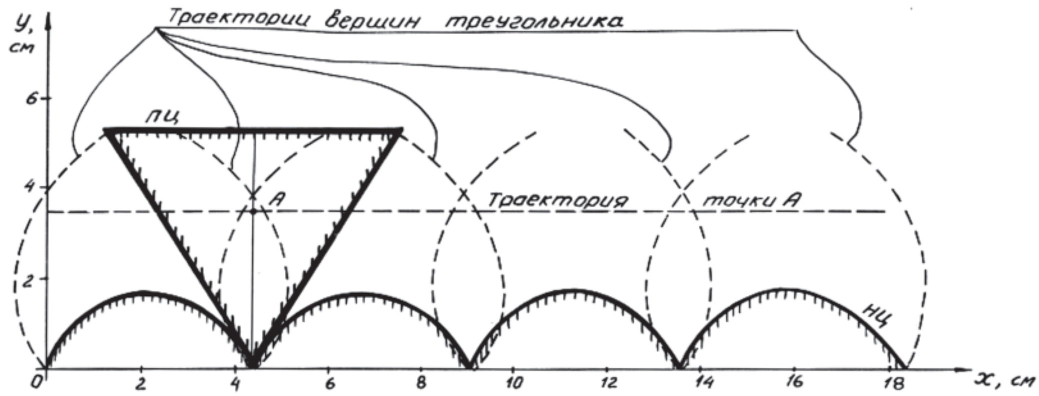


Рис. 2

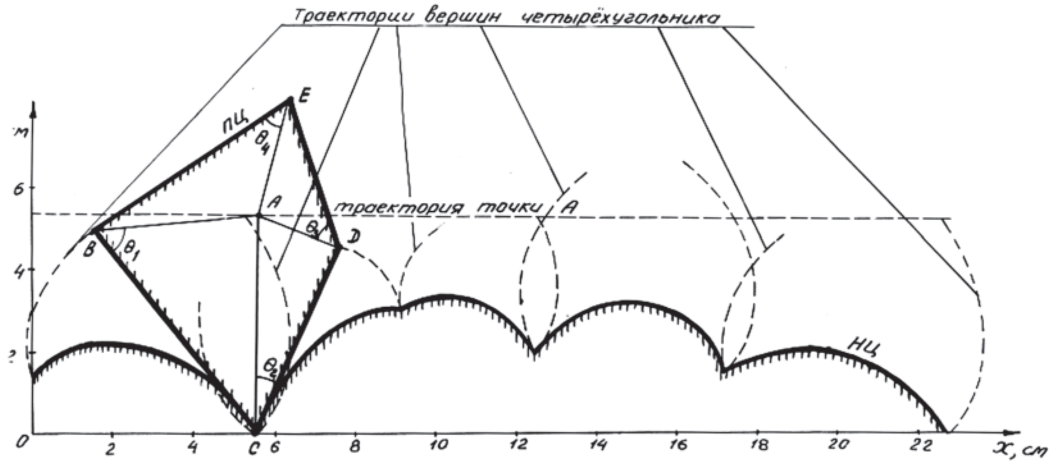


Рис. 3

4. Выполненное решение может быть положено в основу проектирования зубчатых передач, в которых отсутствует трение скольжения, приводящее к преждевременному износу существующих пар с эвольвентным зацеплением.

СВОЙСТВА КРУГА БРЕССЕ

Соколов Г.М., Васенева А.Э., Иванова Н.С.

Марийский государственный технический университет, Йошкар-Ола, e-mail: nastjgirl_1@mail.ru

Пусть движение плоскости с системой координат $uO'v$ относительно неподвижной системы xOy задано уравнениями

$$x_A = x_A(s_A);$$

$$y_A = y_A(s_A);$$

$$\varsigma_A = \varsigma_A(s_A),$$

где s_A – путь полюса A, а ς – угол поворота подвижной плоскости относительно неподвижной.

Определим семейство точек подвижной плоскости, для которых величина в данном положении плоскости соблюдается выражение

$$\Gamma = s''_{sA} / s'_{sA} = \text{const}.$$

На основании соотношений

$$x'_{sA} = -(y - y_P)\varsigma'_{sA};$$

$$y_{sA} = (x - x_P)\varsigma_{sA};$$

$$x''_{sA} = [(x - x_P)\varsigma'_{sA} - y'_{psA}]\varsigma'_{sA} - (y - y_p)\varsigma''_{sA};$$

$$y''_{sA} = [(y - y_P)\varsigma'_{sA} + x'_{psA}]\varsigma'_{sA} - (x - x_p)\varsigma''_{sA}$$

определим геометрическое место точек, удовлетворяющих заданному признаку,

$$[x - (x_P - x'_{psA} / (2B)]^2 + [y - (y_p - y'_{psA} / (2B)]^2 = [s'_{psA} / (2B)]^2,$$

где $B = \Gamma - \varsigma''_{sA} / \varsigma'_s$ (величины с индексом p относятся к мгновенному центру перемещений).

Получено уравнение окружности радиуса $r_2 = s'_{psA} / (2\,B)$, координаты центра O_2 которой

$$x_{O2} = x_p - x'_{psA} / (2\,B);$$

$$y_{O2} = y_p - y'_{psA} / (2\,B).$$

В подвижной системе координат $uO'v$ это уравнение имеет вид

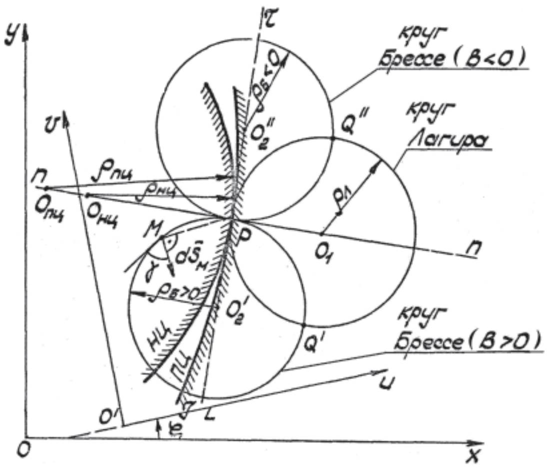
$$(u - u_{O2})^2 + (v - v_{O2})^2 = r_2^2,$$

где координаты точки $O_2(u_{O2}, v_{O2})$ находятся по формулам перехода между координатными осями

$$u_{O2} = u_A + \left(x_{O2} - x_A\right)\cos\xi + \left(y_{O2} - y_A\right)\sin\xi,$$

$$v_{O2} = v_A - \left(x_{O2} - x_A\right)\sin\xi + \left(y_{O2} - y_A\right)\cos\xi.$$

Эта окружность в точке P касается общей нормали к центроидам n-n, прямые O_1P и O_2P взаимно перпендикулярны (рис. 1).



Выражение скорости для произвольной точки подвижной плоскости в виде

$$v = s'_{sA}\dot{s}_A.$$

Отсюда касательное ускорение точки

$$w^{\tau} = s''_{sA}\dot{s}_A^2 + s'_{sA}\ddot{s}_A$$

или

$$w^{\tau} = s''_{sA}v_A^2 + s'_{sA}w_A^{\tau}.$$

Принимая $w^{\tau} = 0$, получим $\Gamma = K$, где

$$K = -\,w_A^{\tau} / v_A^2.$$

Таким образом, при $\Gamma = K$ точки, лежащие на окружности, имеют касательные ускорения, равные нулю. Полученная окружность в кинематике имеет название «окружность перемены», а круг, ограниченный ею, – круг «перемены», или «круг Брессе».

Если $\Gamma \neq K$, то эту окружность называют «условной окружностью перемены».

При $B = \infty$ круг Брессе стягивается в точку P, а при $B = 0$ вырождается в прямую, совпадающую с общей нормалью к центроидам n-n.

Геометрическое место центров окружности для последовательных положений плоскости, определяемое соотношениями, в общем случае называется «условной центрисой перемены», а при выполнении условия $\Gamma = K$ – «центрисой перемены».

Свойства круга Брессе.

Свойство 1. Отношение радиусов кривизны круга Брессе и круга Лагира не зависит от значения и равно

$$\frac{\rho_{\text{бр}}}{\rho_A} = \frac{\varsigma'_{sA}}{B}.$$

При этом, если $\rho_{\text{вр}} < 0$, то центр круга Брессе лежит на положительной полуоси общей касательной к центроидам τ–τ, а если $\rho_{\text{вр}} > 0$, то на отрицательном.

Таким образом, центр круга Брессе всегда находится на общей касательной к центроидам.

Свойство 2. Окружность перемены, для точек которой $\Gamma = K$, разделяет подвижную плоскость на области по признаку знака разности Γ-K. В кинематике это области положительных или отрицательных касательных ускорений.

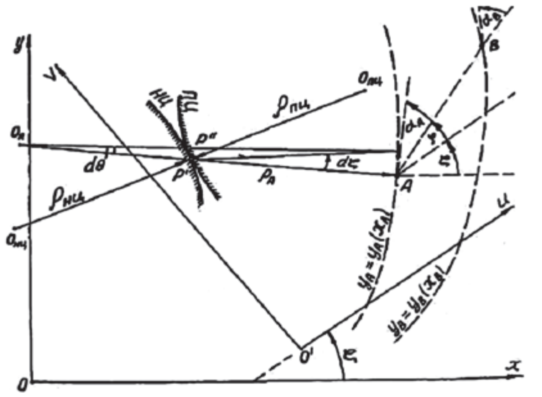
Свойство 3. В общем случае любая близлежащая к окружности перемены точка подвижной плоскости в произвольном ее положении входит в круг Брессе и выходит из него под острым углом.

СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ПЛОСКОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА ПО ГЕОМЕТРИЧЕСКИМ ПРИЗНАКАМ

Соколов Г.М., Волкова Т.Ф., Сибагатуллина А.К.

Марийский государственный технический университет, Йошкар-Ола, e-mail: mivlgu@mail.ru

В задачах по определению геометрических параметров плоского движения твердого тела обычно используются известные кинематические соотношения, содержащие параметр времени. Вместе с тем, эти задачи могут быть выделены в самостоятельную группу. Их решения можно получить на основе соотношений между перемещениями, рассматривая движение тела с подвижной системой координат $uO'v$ относительно неподвижной системы xOy (рисунок).



Основной геометрической формой задания движения плоскости $uO'v$ будем считать

$$x_A = x_A(s_A);$$
$$y_A = y_A(s_A);$$
$$\zeta_A = \zeta_A(s_A),$$

где s_A – путь полюса A (x_A, y_A), ζ – угол поворота тела.

Покажем необходимые соотношения.

Радиус кривизны траектории точки A

$$\rho_A = (1 + y'^2_{AxA})^{1,5} / y''_{AxA}.$$

Координаты центра кривизны траектории точки A

$$x_{OA} = x_A - \left(y'_{AxA}(1 + y'^2_{AxA}) / y''_{AxA}\right);$$

$$y_{OA} = y_A - \left(1 + y'^2_{AxA} / y''_{AxA}\right).$$

Мгновенный центр вращения P' (МЦВ) находится на прямой O_AA – нормали к траектории точки A.

Расстояние AP (мгновенны радиус точки A)

$$r_A = \zeta'^{-1}_{sA}.$$

Координаты точки P' в неподвижной системе xOy (уравнение неподвижной центроиды НЦ)

$$x_P = x_A - \zeta'^{-1}_{yA}, \quad y_P = y_A - \zeta^{-1}_{xA}.$$

Точка P' подвижной плоскости совпадает с точкой P'. Ее перемещение равно нулю. Назовем её мгновенным центром перемещений (МЦП). Она соответствует понятию мгновенного центра скоростей (МЦС). Координаты точки P' в системе (подвижная центроида ПЦ)

$$u_P = u_A - \zeta'^{-1}_{xA}(y'_{AxA}\cos\zeta - \sin\zeta),$$

$$v_P = v_A - \zeta'^{-1}_{yA}(\cos\zeta - y'_{AxA}\sin\zeta).$$