ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В ИНДУКТОРЕ ПРИ МАГНИТНО-ИМПУЛЬСНОЙ ШТАМПОВКЕ

Савельев Д.Н.

Тульский государственный университет, Тула, e-mail: tm@tsu.tula.ru

Рассмотрим один из вариантов системы магнитно-импульсной штамповки (СМИШ) с одновитковым индуктором [1]. При замыкании конденсаторной батареи на индуктор на поверхности разреза индуктора подается импульсное напряжение, равномерно распределенное по поверхностям разреза индуктора и с известным законом изменения по времени. Протекающий по индуктору объемный ток индуцирует в заготовке переменное электромагнитное поле, приводящее к возникновению в объеме системы пондеромоторных сил. Их радиальная составляющая, возникающая в заготовке, приводит к ее обжатию.

При декомпозиции СМИШ можно выделить две подсистемы:

– электрическая подсистема, определяющая пондеромоторные силы;

– деформационная подсистема, определяющая деформации заготовки в процессе действия импульса и после его окончания.

Связь между подсистемами обеспечивается пондеромоторными силами и ускоренными движениями заготовки. В первом приближении вторая связь может считаться слабой и вследствие этого может быть оборвана. Это дает возможность вместо связной задачи электромагнитного поля и деформирования определить последовательность двух задач:

– определение пондеромоторных сил в СМИШ;

– определение деформаций заготовки при действии известных пондеромоторных сил на заготовку.

Рассмотрим математическую формулировку первой задачи. Примем, что пространствозадачи не содержит диэлектриков, тогда в области задачи, где будут существовать электрические токи, диэлектрическая постоянная ε будет равна 1, и вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$ будет совпадать с вектором электрической индукции $\vec{D}$.

Будем считать, что пространство задачи не содержит ферромагнетиков. Это значит, что магнитная проницаемость μ постоянна и близка к 1 (что характерно для обычных диа- и пара- магнитных тел), и, следовательно, вектор магнитной индукции B совпадает по направлению с вектором напряженности магнитного поля H. Таким образом, эффектами, обусловленными появлением вектора намагничения среды, будем пренебрегать в силу малости молекулярных токов по сравнению с токами проводимости.

Также примем, что в рассматриваемой области отсутствуют сторонние электрические заряды, т.е. их плотность $\rho_{эл} = 0$.

Как известно [1], объемная плотность пондеромоторных сил, в рамках сделанных предположений, определяется формулой:

$$F = j \cdot H,$$

где F – вектор пондеромоторных сил; j – вектор объемного тока; H – напряженность магнитного поля.

Вектор плотности тока находим, используя закон Ома в дифференциальной форме:

$$j = \lambda E.$$

Здесь λ – удельная электропроводность, E – напряженность электрического поля. Она определяется тремя составляющими:

$$E = E_c + E_u + E_d, \ \ E_c = -grad\varphi,$$

$$E_u = -\frac{\partial A}{\partial t}, \ \ E_d = v \cdot H.$$

Здесь φ – так называемый скалярный потенциал, A – векторный потенциал, v – скорость сплошной среды. Последнее слагаемое выражает слабую связь между электрической и деформационной подсистемами и в первом приближении может быть опущено.

Потенциалы φ и A вводятся таким образом, чтобы удовлетворить уравнениям Максвелла:

$$\nabla^2\varphi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = 0,$$

$$\nabla^2 A - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = -\mu_0 j,$$

$$divA = -\frac{\partial\varphi}{\partial t}.$$

Напряженность магнитного поля определяется через векторный потенциал:

$$H = \mathrm{rot}A.$$

Отметим, что в низкочастотной постановке «инерционными» слагаемыми в (4) следует пренебречь. Тогда состояние электрической подсистемы описывается уравнениями относительно скалярного и векторного потенциалов:

$$\nabla^2\varphi = 0,$$

$$\nabla^2 A = \mu_0\lambda\left[grad(\varphi) + \frac{\partial A}{\partial t}\right]. \qquad (6)$$

Граничные условия для скалярного потенциала следующие:

• на поверхностях разреза индуктора:

$$\forall t: \ \ \varphi(r,t) = U_{11}(r,t), \ \ r \in S_{11}, \qquad (7)$$
$$\varphi(r,t) = U_{12}(r,t), \ \ r \in S_{12}$$

• на поверхностях $z = 0$, $z = h$, $r = r_{1н}$, $r = r_{1в}$, $r = r_{2н}$, $r = r_{2в}$, $z = 0$:

$$n \cdot \nabla\varphi = 0; \qquad (8)$$

здесь h – высота СМИШ, $r = r_{1н}$, $r = r_{1в}$ – наружный и внутренний радиусы индуктора, $r = r_{2н}$, $r = r_{2в}$ – то же для заготовки.

Очевидно, что формулировка уравнений относительно скалярного и векторного потенциалов также может быть подвергнута декомпозиции, так как первое уравнение относительно скалярного потенциала может быть решено отдельно как однородное гармоническое уравнение с неоднородными граничными условиями. Второе уравнение системы, представляющее уравнения теплопроводности, не имеет условий на границах, но будет неоднородным:

$$\frac{\partial A}{\partial t} - \frac{1}{\mu_0\lambda}\nabla^2 A = -grad(\varphi).$$

с однородными начальными условиями.

Список литературы

1. Математическое моделирование электромеханических процессов в индукторе для магнитно-импульсной обработки металлов / А.К. Талалаев, В.Д. Кухарь, А.А. Орлов и др. – Тула: Изд. ТулГУ, 2004. – 118 с.

УСТАНОВКА ДЛЯ ВЗРЫВНОГО МЕТАНИЯ СТРУИ ЖИДКОСТИ

Сазонов В.Д.

Тульский государственный университет, Тула, e-mail: tm@tsu.tula.ru

В настоящее время гидроструйные технологии с успехом применяются для решения задач расснаряжения морально и физически устаревших боеприпасов и различных взрывных устройств. Однако промышленное внедрение данных устройств сопряжено с достаточно большим риском и требует гарантированного обеспечения безопасности реализуемых