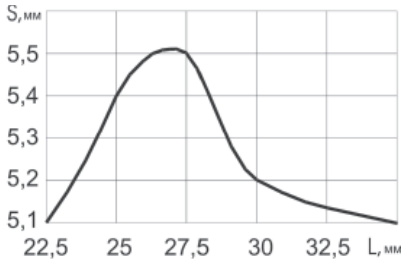


Рис. 5. Зависимость перемещения поршня от положения детонатора

Список литературы

1. Патент № 2122206. Способ определения чувствительности-зарядаВВ к динамическому воздействия струей жидкости / Антипов В.В., Антонова ЕВ., Бреннер В.А., Воротилин М.С. и др.
2. Вопросы теории горении и взрыва конденсированных систем: уч. пособие / Л.И. Алешичева, В.В. Ветров и др. – Тула: Из-во ТулГУ, 2008. – 231 с.
3. Воробьев Д.В., Горбунов В.В. Моделирование процесса разгона недеформируемого тела зарядом взрывчатого вещества // Вестник ТулГУ. Сер. «Актуальные вопросы механики». – Тула, 2008. – Вып. 4, Т.1. – 157 с., С.48-53.
4. Линник В.И., Могильников Н.В. Модель метания стержневой оболочки продуктами детонации. // Известия ТулГУ. Сер. Проблемы специального машиностроения. – Тула: ТулГУ, 2005. – Вып. 8.

МАЛЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПРИЗМАТИЧЕСКОГО БРУСКА НА ЦИЛИНДРЕ

Сазонова А.Д.

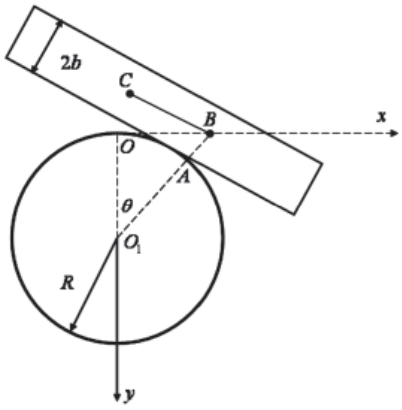
Тульский государственный университет, Тула, e-mail: tm@tsu.tula.ru

На цилиндрическую поверхность радиуса положен призматический брусок с прямоугольным поперечным сечением высоты $2b$. Радиус инерции бруска вокруг оси, проходящей через его центр масс и параллельный оси бруска равен i_c.

Взяв за параметр, определяющий положение бруска угол θ его наклона к горизонту, выражаем через него кинетическую энергию T и потенциальную энергию П. По теореме Кёнига [1]:

$$T = \frac{1}{2}MV_c^2 + \frac{1}{2}J_c\dot{\theta}^2. \qquad (1)$$

Здесь M – масса бруска, а $J_c = Mi_c^2$ – его момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс сечения.



Призматический брусок на цилиндрической поверхности

Чтобы вычислить скорость центра масс бруска V_c, возьмём начало координат в точке O касания бруска и цилиндра при равновесии. Так как при колебаниях брус катится без скольжения, то $CB = OA = R\theta$. Для нахождения координаты центра масс (точки C), проектируем на координатные оси векторную сумму

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OO_1} + \overrightarrow{O_1B} + \overrightarrow{BC},$$

тогда

$$x_c = (R+b)\sin\theta - R\theta\cos\theta,$$
$$y_c = R - (R+b)\cos\theta - R\theta\sin\theta. \qquad (2)$$

Дифференцируя формулы (2), найдём проекции вектора скорости $\overrightarrow{V_c}$ на оси координат [2]:

$$V_{cx} = \dot{x}_c = [(R+b)\cos\theta - R\cos\theta + R\theta\sin\theta]\dot{\theta} = (b\cos\theta + R\theta\sin\theta)\dot{\theta};$$
$$V_{cy} = \dot{y}_c = [(R+b)\sin\theta - R\sin\theta - R\theta\cos\theta]\dot{\theta} = (b\sin\theta - R\theta\cos\theta)\dot{\theta};$$
$$V_c^2 = \dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2 = (b^2 + R^2\theta^2)\dot{\theta}^2.$$

Таким образом, формула кинетической энергии (1) принимает вид:

$$T = \frac{1}{2}M(i_c^2 + b^2 + R^2\theta^2)\dot{\theta}^2$$

Считая колебания малыми, можно предположить, что $\theta^2 \approx 0$, тогда:

$$T = \frac{1}{2}M(i_c^2 + b^2)\dot{\theta}^2, \qquad (3)$$

Потенциальная энергия

$$\Pi = -Mgy_c + c = c - Mg[R - (R+b)\cos\theta - R\theta\sin\theta]. \qquad (4)$$

Определим постоянную C при условии, что П = 0, если θ = 0,

$$O = c + Mgb \quad \text{или} \quad C = -Mgb..$$

Введём константу C в формулу (4) и получим:

$$\Pi = -Mg[(R+b)(1-\cos\theta) - R\theta\sin\theta].$$

Полагая $\sin\theta \approx \varphi$, $\cos\theta \approx 0$, получим:

$$\Pi = Mg\frac{R-b}{2}\theta^2. \qquad (5)$$

Вводя формулы (3) и (5) в уравнение Лагранжа, получим:

$$M(i_c^2 + b^2)\ddot{\theta} = -Mg(R-b)\theta$$

или

$$\ddot{\theta} + \frac{(R-b)g}{i_c^2 + b^2}\theta = 0. \qquad (6)$$

Уравнение (6) представляет собой дифференциальное уравнение малых колебаний, циклическая частота которых и период колебаний τ определяются формулами:

$$k = \sqrt{\frac{(R-b)g}{i_c^2 + b^2}}, \qquad \tau = 2\pi\sqrt{\frac{i^2 + b^2}{(R-b)g}}.$$

Т.о. для малых колебаний призматического бруска на круговом цилиндре при отсутствии проскальзывания получено разрешающее уравнение колебательного процесса, определена циклическая частота и период колебаний.